

Vallen

- Wat houdt je tegen?-

Inleiding

Stroming speelt een grote rol in vele processen. Of we het nu hebben over vliegtuigbouw, de stroming van bloed door onze aderen, formule-1 racing, het zwemmen van vissen of parachutespringen. Ook de valsnelheid van bijvoorbeeld regendruppels hangt af van vorm, grootte van de druppel en het medium.

Hoe deze stroming rond een voorwerp verloopt, is afhankelijk van een aantal factoren zoals de vorm van het voorwerp, het snelheidsverschil tussen voorwerp en vloeistof en de viscositeit van de vloeistof. Stokes heeft een relatie afgeleid voor het geval alleen wrijvingskrachten werkzaam zijn, dus bij lage snelheden. In deze proef onderzoeken we om te beginnen de geldigheid van de wet van Stokes. Ook voor stromingen waarin de wet van Stokes niet opgaat, is het belangrijk om te weten hoe groot de weerstand is die een voorwerp ondervindt (denk maar aan het energieverbruik van auto's en schaatsers). Daarom wordt in deze proef ook de weerstandscoefficiënt bepaald voor stromingen waarin de wet van Stokes niet geldt.

Doel

Doel van de proef is het toetsen van de wet van Stokes en het bepalen van de weerstandscoefficiënt van vallende bollen van verschillende grootte.

Theorie

Omdat we in de volgende proef gaan kijken naar stromingen, moet je daar iets meer over weten. Als een vloeistof zich langs een voorwerp beweegt, of als het voorwerp zich door een vloeistof beweegt, spreken we van *stroming*.

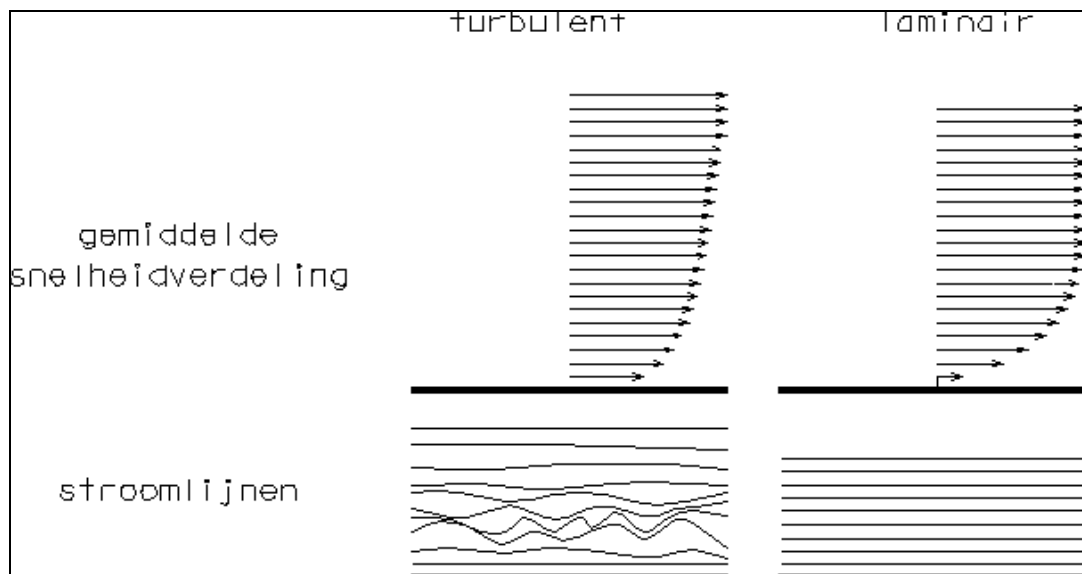
Laminair of turbulent: Reynolds getal

Een stroming kan laminair of turbulent zijn. In een *laminaire* stroming bewegen laagjes vloeistof evenwijdig langs elkaar. In de buurt van een voorwerp beweegt de vloeistof evenwijdig aan het oppervlak van dat voorwerp. Het gebied waar de snelheid in de vloeistof beïnvloed wordt door het voorwerp noemen we de *grenslaag* (zie figuur 1). Een laminaire grenslaag geeft maar weinig wrijving. Hij is echter vrij gemakkelijk te verstoren zodat hij overgaat naar de turbulente stroming.



Vallen

-Wat houdt je tegen?-



Figuur 1: De snelheidsverdeling en stroomlijnen bij laminaire en turbulente stroming

Een *turbulente* grenslaag is veel "woester". De snelheidsverdeling is niet zo geleidelijk en niet constant in de tijd. Maar ook de snelheidsverdeling gemiddeld in de tijd is globaal anders. Vlakbij het oppervlak is de snelheid heel laag, waarna er een vrij dik gebied is waarin de grenslaag bijna de omringende snelheid heeft.

De turbulente grenslaag heeft een grote weerstand in verhouding tot een laminaire grenslaag. Een turbulente grenslaag heeft, vergeleken met een laminaire grenslaag, maar voor een heel klein gedeelte een lage snelheid, en voor een groot gedeelte een snelheid die net iets lager is dan de snelheid buiten de grenslaag.

Met behulp van een aantal grootheden is te voorspellen of een stroming laminair blijft of turbulent wordt. Deze grootheden vormen samen het Reynoldsgetal, een dimensieloos getal, dat de verhouding weergeeft van de 'externe' of traagheidskrachten (de krachten die de vloeistof doen versnellen) tot de 'interne' of viskeuze krachten. Viscositeit is een eigenschap van het medium en zegt iets over hoe hard de moleculen aan elkaar hechten. Grote voorwerpen hebben te maken met een hoog Reynoldsgetal (veel traagheid, weinig viscositeit). Bij het groter worden van het Reynoldsgetal verandert een stroming van laminair naar turbulent.

Om het belang van het Reynoldsgetal te begrijpen zou je –als gedachte-experiment– naar het zwemmen van een haai kunnen kijken en vervolgens naar het zwemmen van diezelfde haai, nadat deze gekrompen is tot millimeterformaat. Als een haai normaal begint met zwemmen, moet hij moeite doen om het lichaam en het water eromheen te versnellen. Als hij echter stopt met zwemmen, drijft hij nog een heel stuk door. Als de haai zou krimpen tot millimeterformaat zou het Reynoldsgetal zoveel kleiner worden, doordat de viscositeit gaat domineren. Daardoor zou het voor de haai lijken, alsof hij door stroop zwemt. Zodra hij stopt met zwemmen, ligt hij stil. Vandaar dat de zwemstijl van vislarven en spermatozoïden heel anders is dan die van grote vissen.

Vallen

-Wat houdt je tegen?-

De formule voor het Reynoldsgetal (zonder afleiding) is als volgt:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} \quad (1)$$

Hierbij geldt:

Re = Reynoldsgetal (dimensieloos)

v = snelheid van de stroming ten opzichte van het voorwerp (m/s)

d = diameter van het object (m)

μ = (dynamische) viscositeit (kg/m·s) ($1.00 \cdot 10^{-3}$ kg/m·s voor lucht bij 20 °C)

ρ = soortelijke massa van de vloeistof (kg/m³)

Uit de formule volgt, dat als de snelheid van het voorwerp groter wordt, de kans op turbulentie toeneemt. Verder blijkt het Reynoldsgetal (en dus de kans op turbulentie) af te hangen van het medium. Hoe viskeuzer ('stroperiger') het medium, hoe groter de interne krachten van het medium en hoe moeilijker het is om turbulentie te creëren. De dichtheid van het medium speelt echter ook een rol: hoe groter de dichtheid, hoe groter de traagheidskrachten en hoe eerder turbulentie optreedt. De omslag van laminaire naar turbulente stroming vindt plaats bij een Reynolds getal van 2000.

Wrijving

Een voorwerp in een stroming ondervindt wrijving. Algemeen geldt voor deze wrijvingskracht dat deze kwadratisch evenredig is met de (relatieve) snelheid van de stroming. Met de relatieve snelheid wordt bedoeld de snelheid van het voorwerp ten opzichte van de stroming of andersom. Het gaat in feite dus om een snelheidsverschil:

$$F_w = 0.5 \rho v^2 A_F C_w \quad (2)$$

waarin:

F_w weerstandskracht (N), ontstaan door wrijving en stuwdruk

ρ dichtheid van het medium (kg/m³)

v de relatieve snelheid (m/s)

A_F frontaal oppervlak (m²), d.w.z. het oppervlak van de grootste doorsnede van het lichaam dwars op de stromingsrichting

C_w weerstandscoefficiënt (-)

De grootte van de weerstandscoefficiënt hangt af van de vorm van het voorwerp, de grootte van de snelheid en van het medium.



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

Stokes stroming

Voor een deel van de laminaire stromingen heeft Stokes een formule afgeleid, die de wrijving tussen een bol en de stroming beschrijft. Deze 'wet van Stokes' geldt alleen voor die gevallen waarin alleen wrijvingskrachten (viscositeit) werkzaam zijn, dat is bij kleine (relatieve) snelheid. Onder die omstandigheden, vond Stokes, is de wrijvingskracht op een voorwerp niet kwadratisch, maar recht evenredig met deze relatieve snelheid.

De wet van Stokes luidt:

$$F_w = 3\pi\mu d v \quad (3)$$

waarin:

F_w = weerstandskracht (N)

d = diameter bol (m)

μ = dynamische viscositeit medium (kg/m·s)

v = relatieve snelheid (m/s)

De relatie van Stokes geldt voor een Reynolds getal van 1 of lager.

Door het combineren van de algemene wrijvingsformule (2) en de wet van Stokes (3) vinden we voor een *bol in Stokes stroming*:

$$3\pi d \mu v = 0.5 \rho v^2 A_F C_w \quad (4)$$

hetgeen te herleiden is tot:

$$C_w = \frac{24}{Re} \quad (5)$$

Vallende bollen

Als een bol wordt losgelaten in een medium zal hij aanvankelijk versneld worden. Op een gegeven moment zal de wrijvingskracht gelijk worden aan het gewicht G van het bolletje in de vloeistof (zwaartekracht minus opwaartse kracht), de beweging is dan eenparig. Dan geldt, nog steeds in het gebied van Stokes:

$$\frac{\pi}{6} d^3 \Delta \rho g = 3\pi d \mu v \quad (6)$$

ofwel:

$$d^2 \Delta \rho g = 18 \mu v \quad (7)$$



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

waarin $\Delta\rho$ het dichtheidsverschil is tussen het voorwerp en de vloeistof en g de zwaartekrachtsversnelling.

In het *algemeen* (dus ook buiten het gebied van Stokes) geldt voor een bol die eenparig ($G=F_w$) valt:

$$\frac{\pi}{6} d^3 \Delta\rho g = C_w \frac{\pi}{4} d^2 \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (8)$$

ofwel

$$C_w = \frac{4\Delta\rho g d}{3\rho v^2} \quad (9)$$

Uit vergelijking 9 blijkt dat de weerstandscoefficiënt van een eenparig vallende bol omgekeerd kwadratisch evenredig is met zijn valsnelheid. Wanneer deze valsnelheid klein genoeg is ($Re < 1$) geldt volgens Stokes een omgekeerd evenredig verband (vergelijking 5).

De wet van Stokes is dus te controleren, door het verband tussen de weerstandscoefficiënt C_w en het Reynolds getal te bepalen. In het gebied waar deze omgekeerd evenredig zijn geldt de wet van Stokes, daarbuiten niet.

Uit de metingen van de valsnelheid van bollen die in het gebied van Stokes blijken te liggen, kan de dynamische viscositeit bepaald worden (met behulp van vergelijking 7). In het algemeen is uit metingen van de valsnelheid in combinatie met de boldiameter, en dichtheid van vloeistof en bol, het verband tussen C_w (vergelijking 9) en Re (vergelijking 1) te bepalen.

Uitvoering

De opstelling bestaat uit twee met olie gevulde buizen die elk op een constante temperatuur worden gehouden. We gaan nu 7 bolletjes met verschillende diameter door deze buizen laten vallen. Het is de bedoeling om de valsnelheid van elk (eenparig vallende) bolletje, te meten. Na afloop van de proef zullen er berekeningen worden uitgevoerd om de theoretische relatie van Stokes te toetsen.

Materialen

- Een glazen buis van minstens veertig centimeter (mag ook van ander doorzichtig materiaal).
- 7 bollen met een bekende diameter en een bekende dichtheid. De diameter kan opgemeten worden door middel van een schuifmaat. De dichtheid is op te zoeken in de Binas als het materiaal bekend is. De diameter van de bollen moet veel kleiner zijn dan de diameter van de buis (tussen de 1 en 10 mm).



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

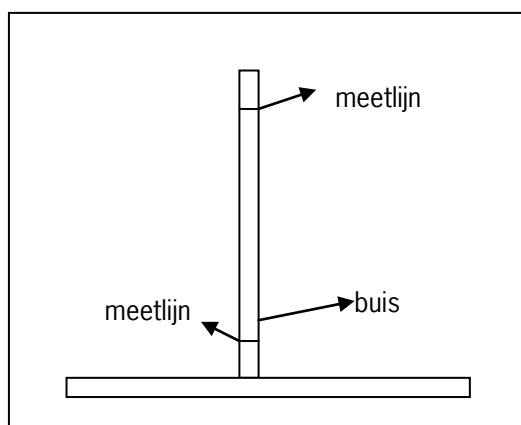
- We laten de bolletjes vallen door een viskeus medium (bv. afwasmiddel). Zorg ervoor dat de soortelijke massa van het medium bekend of bepaald is en dat het medium ongeveer dezelfde viscositeit heeft als zware smeerolie (zoek op in Binas, of een andere bron, of bepaal het op het gevoel).
- Een stopklok of stopwatch om de valtijd mee op te nemen, deze moet nauwkeurig zijn op 0,1 s.
- Een mandje met een lange steel om de bolletjes uit de buis te vissen.
- Om de bolletjes in de vloeistof te brengen en los te laten wordt een pincet gebruikt.

Veiligheid

Dit experiment dient altijd uitgevoerd te worden onder begeleiding van een docent of toa. Wageningen University aanvaardt geen enkele aansprakelijkheid voor schade die voortvloeit uit het verrichten van dit experiment buiten de campus van Wageningen University.

Beschrijving

- Zet de buis neer en vul deze met het viskeuze medium. Breng twee strepen aan op de buis. Zorg ervoor dat de afstand tussen de eerste streep en de bovenkant van de vloeistof voldoende is om een constante snelheid te verzekeren.
- De bolletjes worden nu met de pincet onder het oppervlak gebracht. Zorg ervoor dat ze goed bevochtigd zijn en dat er geen luchtbelletjes aan kleven voordat je ze loslaat. Zorg er tevens voor dat ze niet roteren bij het vallen. Om waar te nemen wanneer het bolletje een merkstreep passeert, wordt het oog op merkstreephoogte gebracht, zodat er nauwkeurig geklokt kan worden. Met ieder bolletje worden tenminste 5 metingen gedaan.
- Noteer de gegevens van de bolletjes (diameters) en de valhoogte die bij de opstellingen horen. In de onderstaande tabel kunnen alle waarden worden ingevuld.



Figuur 2: De opstelling van de proef



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

Resultaten

De volgende tabel kan worden gebruikt om gemeten waarden in te voeren.

Bolletje	1	2	3	4	5	6	7
Diameter (mm)							
Valtijd (s)							
”							
”							
”							
”							
Gemiddelde (s)							
Valhoogte (m) =							
Dichtheid medium (kg/m^3) =							
Dichtheid bolletjes (kg/m^3) =							

Vragen – vooraf

1. Leid relatie 5 af.
2. Noem minstens vijf manieren van voortbewegen in de natuur, waarbij aanpassingen zijn gedaan om de stroming rond het bewegende object te veranderen. Vermeld tevens waaruit deze aanpassingen bestaan.
3. Als ketchup lang heeft stilgestaan, krijg je het moeilijk uit de fles. Als je het schudt, gaat het daarna veel makkelijker. Dit komt doordat de eiwitten nu weer met elkaar op lijn liggen. Welke eigenschap van het medium is dus veranderd?



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

Vragen – verwerking

4. Zet voor de kleinste 5 bolletjes de gemiddelde v uit tegen d^2 (de grafiek hiervoor is bijgevoegd; vergeet niet een titel en grootheden en eenheden op de assen!). Gebruik voor de verschillende temperaturen verschillende symbolen. Bepaal uit de grafiek de gemiddelde viscositeit. Op welke manier hangt de viscositeit af van de temperatuur? Wordt er een betere waarde voor de viscositeit verkregen als bolletje 5 wordt weggelaten? Zo ja: hoe zou dat komen?

5. Bereken nu met de bepaalde viscositeit het Reynoldsgetal (vergelijking 1) voor alle 7 bolletjes, voor beide temperaturen. Aan de hand van vergelijking 9 kan de C_w berekend worden, bereken ook deze. Vul de tabel in

bolletje	temp1 =		temp2 =	
	Re	C_w	Re	C_w
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

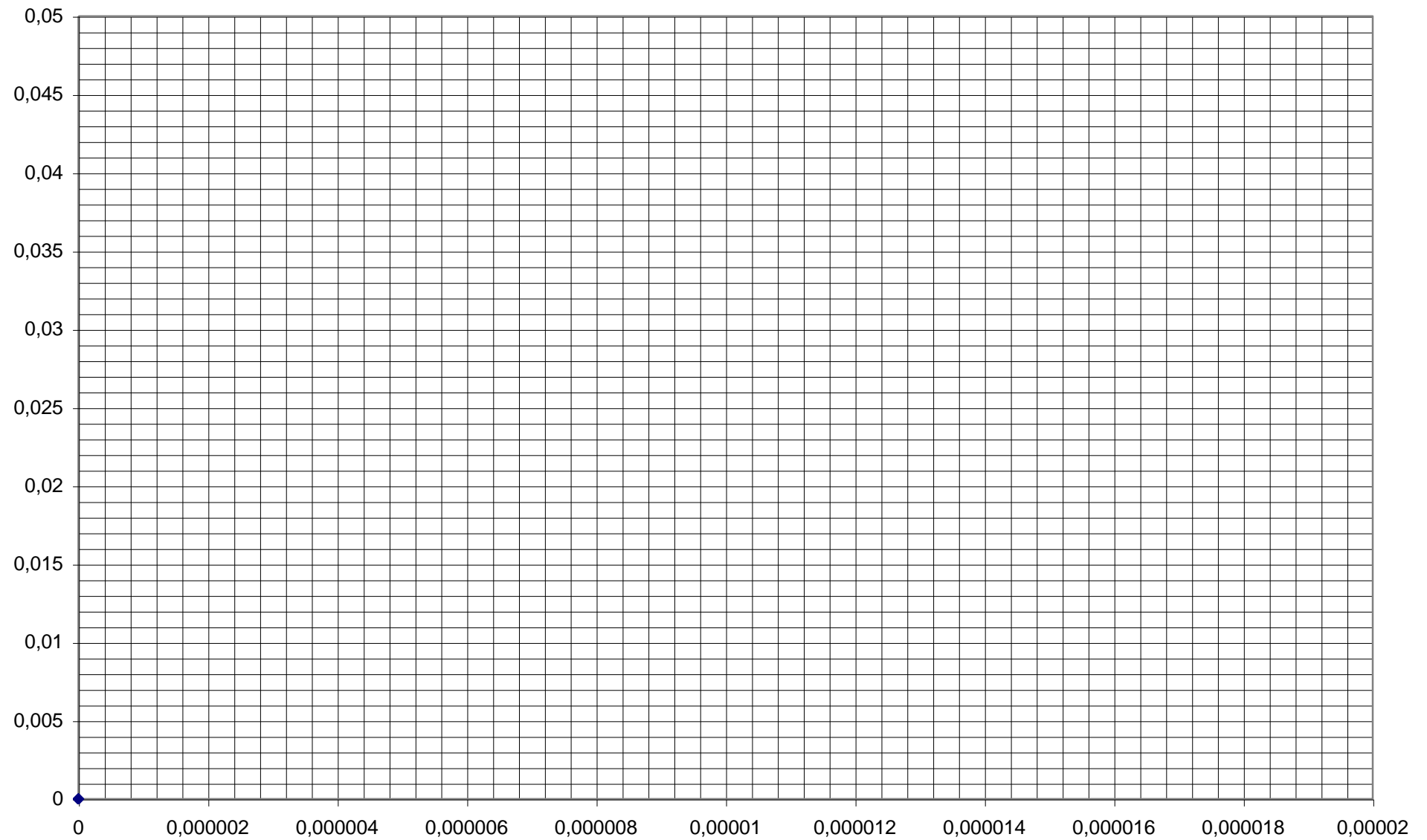
6. Zet voor alle bolletjes voor beide temperaturen C_w uit als functie van Re op dubbel logaritmisch papier (de grafiek hiervoor is bijgevoegd, vergeet niet een titel en grootheden en eenheden op de assen!). Teken hierin ook de theoretische relatie van Stokes.

7. Wat is je conclusie: geldt de relatie van Stokes? En in welk Re-gebied?



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

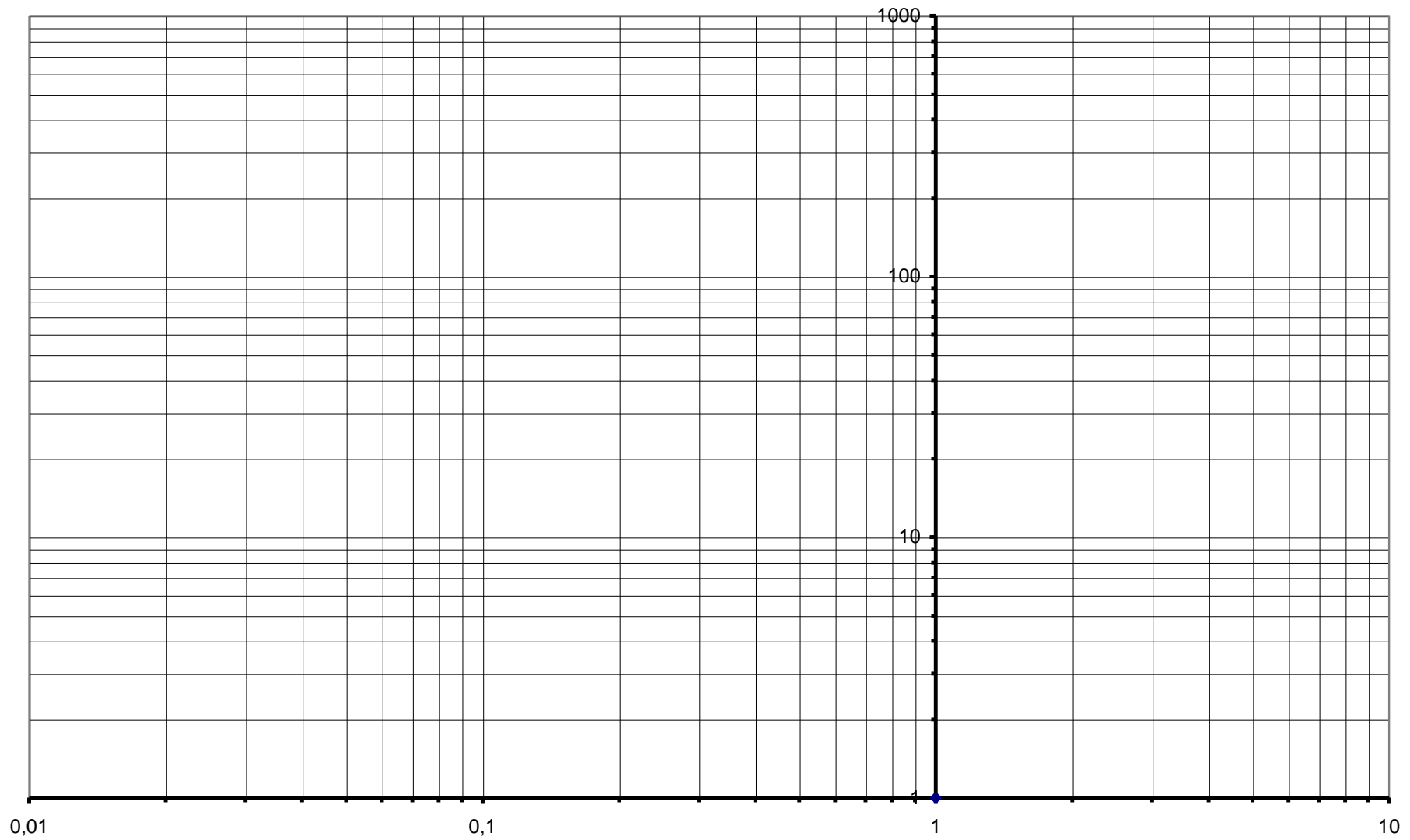


Grafiek behorende bij vraag 1



Vallen

-Wat houdt je tegen?-



Dubbel logaritmisch papier behorende bij vraag 6



Vallen

-Wat houdt je tegen?-

Suggesties voor verder onderzoek

Wil je deze eenvoudige proef uitbreiden en meer over stroming te weten komen? Denk dan eens aan de volgende mogelijkheden:

- Probeer de proef met andere vormen, zo zou je kunnen onderzoeken wat het effect is van een druppelprofiel op de stroming. Door een vergelijking uit te voeren tussen de druppel en een bolletje kun je zien wat er met de weerstandscoefficiënt gebeurt.
- Om de tijd te meten zou je ook gebruik kunnen maken van lichtpoortjes. De tijd wordt dan nauwkeuriger gemeten. De benodigde apparatuur daarvoor is op de meeste scholen wel aanwezig.
- Om berekeningen uit te voeren aan deze proef is het noodzakelijk dat er een constante snelheid van het bolletje wordt bereikt. Bedenk een manier om dit te controleren.

Documentatie

Viscositeit van vloeistoffen

Een practicum van de Vakgroep Subatomaire en Stralingsfysica van de universiteit van Gent over stroming, viscositeit etc. Met name enkele afbeeldingen hieruit zouden erg verhelderend kunnen werken. Hierin kunnen formules wel anders gebruikt worden dan in dit practicum. Download hiervoor het bestand *Vallen – viscositeit van vloeistoffen.pdf*.

Om te zien bij welke uiteenlopende processen stromingstypen een rol spelen, zou je eens kunnen kijken op de volgende websites:

- www.vaartips.nl
- www.solvinpvc.com

Oriëntatie op vervolgonderwijs

Het onderwerp van dit experiment kom je ook tegen in de volgende opleidingen van Wageningen University:

- Biologie
- Dierwetenschappen
- Agrotechnologie
- Bodem, water, atmosfeer
- Levensmiddelentechnologie
- Voeding en gezondheid

Kijk voor meer informatie op www.wageningenuniversity.nl/studiekiezer.

