Tekentoets

-Het toetsen van verschillen bij gepaarde waarnemingen-

Samenvatting

In de huidige onderwijsstructuur wordt van leerlingen op de middelbare scholen verwacht dat zij in een profielwerkstuk verslag doen van bijvoorbeeld een uitgewerkte scheikundige, biologische of natuurkundige proef. Vaak is de onderzoeksvraag op een dusdanige wijze geformuleerd, dat de leerling geïnteresseerd is in een systematisch verschil tussen groepen waarnemingen, bijvoorbeeld door het toepassen van twee behandelingen, of in een samenhang tussen twee variabelen. Voor toetsen van zulke verschillen of samenhangen heeft Wageningen University drie lesbrieven ontworpen. Dit is de eerste van deze drie lesbrieven.
In deze lesbrief ga ik er van uit dat een leerling geïnteresseerd is in het verschil tussen zogenaamde "gepaarde" waarnemingen. Dit houdt onder meer in dat het aantal waarnemingen in de twee groepen die vergeleken gaan worden gelijk is. Aan de hand van voorbeelden wordt een leiddraad gegeven om te bepalen in welke situaties de Tekentoets gebruikt kan worden. Daarna volgt de uitwerking van een strategie, waarin stap voor stap duidelijk wordt gemaakt hoe conclusies kunnen worden getrokken uit de waarnemingen.

Inleiding

Voor een project dat uit moet monden in een profielwerkstuk is het raadzaam om de volgende vijf fasen te doorlopen:
1. Probleemstelling
2. Planning
3. Verkenning
4. Uitvoering
5. Conclusie.

Voor veel mensen komt de statistiek pas om de hoek kijken als een proef al is uitgevoerd en de waarnemingen klaar liggen om verwerkt te worden tot een conclusie. Dit uitgangspunt is de meest voorkomende beginnersfout. Een conclusie kan slechts op een statistisch verantwoorde manier op basis van de waarnemingen worden getrokken als al vanaf het begin van het project duidelijk is met welke statistische methode men de uiteindelijke waarnemingen gaat verwerken. Tevens is het dan van groot belang om de waarnemingen op een dusdanige manier te verzamelen dat de beoogde toets ook kan worden gebruikt.

Bij het doen van een onderzoek moeten de statistische principes er van het begin af aan bij worden betrokken. In verband met onzekerheid in de waarnemingen is het niet verstandig om te volstaan met één waarneming. Zo'n onzekerheid in de waarnemingen wordt ook wel *stochasticiteit* genoemd. Wanneer een waarneming meerdere malen herhaald wordt, krijgt degene die de experimenten uitvoert een steeds beter beeld van de onzekerheid in de waarnemingen.

Tekentoets
-Het toetsen van verschillen bij gepaarde waarnemingen-

Als men geïnteresseerd is in het effect van één bepaalde factor (bv kunstmest) op een zeker kenmerk (bv groei) van de onderzoekseenheden (bv planten) dan zal men die factor variëren. Tegelijkertijd is het van belang om er op te letten dat alle overige factoren zoveel mogelijk gelijk worden gehouden. Dit is het zogenaamde '*ceteris paribus*' principe.
Omdat het echter meestal onmogelijk is om alle overige factoren exact gelijk te houden, is het raadzaam om te loten wie in welke (behandelings)groep terechtkomt. Dit voorkomt een mogelijke verstrengeling van de effecten van niet constante factoren met het effect van de te onderzoeken factor.

Als men in één experiment gelijktijdig de effecten wil onderzoeken van twee factoren, b.v. herbicide en kunstmest, op de groei van planten, dan kunnen de waarnemingen worden gedaan aan vier groepen planten:
1. zonder kunstmest en met herbicide
2. zonder kunstmest en zonder herbicide
3. met kunstmest en met herbicide
4. met kunstmest en zonder herbicide

Ook hier is het belangrijk om door loting te bepalen welke planten aan welke behandelingsgroep worden toegewezen.
In verslagen die op de middelbare school worden gemaakt over proeven is het veelal van belang om systematische verschillen tussen twee groepen waarnemingen bijvoorbeeld door het toepassen van twee behandelingen aan te tonen. In deze lesbrief is aangenomen dat een leerling is geïnteresseerd in het verschil tussen zogenaamde 'gepaarde' waarnemingen.

Een voorbeeld van gepaarde waarnemingen is als 20 mensen worden gewogen voordat ze aan een dieet van één week beginnen en bovendien nadat één week gelijnd is. Het aantal waarnemingen (van gewichten) voor de behandeling (het dieet) is dus exact gelijk aan het aantal waarnemingen na de behandeling. De twee bepalingen aan één persoon met de tussenpoos van één week vormt dan één waarnemingspaar. In dit voorbeeld onderzoek ik dus of een gewichtsverminderend dieet daadwerkelijk leidt tot systematische gewichtsvermindering, wanneer 20 mensen één week lijnen.

Bovenvermeld voorbeeld komt in de loop van deze lesbrief vaker ter sprake. Om het gebruik van een Tekentoets te verduidelijken probeer ik eerst duidelijk te maken bij welk soort van vragen deze toets kan worden gebruikt. Voor hetzelfde soort vragen zijn er ook toetsen met een beter onderscheidend vermogen bv. de Wilcoxon rangtekentoets, maar er is hier voor de tekentoets gekozen omdat deze in sommige jaren in het vwo-programma zit. Vervolgens doe ik alsof er observaties gedaan zijn om het effect van een bepaalde (be)handeling te meten en geef ik in een aantal voorbeelden aan hoe men vanuit de gegevens tot een bepaalde conclusie kan komen. Daartoe maak ik gebruik van een strategie, waarin met kleine stappen naar het trekken van de conclusie toe wordt gewerkt. Wanneer een conclusie wordt getrokken uit een statistische toets, dan is het zeer verleidelijk om deze te verpakken als een oorzaak-gevolg relatie. In de meeste gevallen is het niet duidelijk of er een oorzaak en gevolg is. Daarom probeer ik in deze lesbrief de conclusies op een neutrale manier te verwoorden. Een ander gevaar bij het trekken van een conclusie is dat op grond van het beperkte aantal waarnemingen een algemene waarheid wordt geformuleerd.

Vraagstellingen waarbij het gebruik van de Tekentoets gerechtvaardigd is

1. Is er een systematisch verschil bij het tweemaal uitvoeren van een bepaalde handeling?
Werknemers, die beginnen aan een baan, waarbij van hen wordt verwacht dat ze een bepaalde handeling steeds herhalen, blijken vaak in de loop van hun carrière steeds korter over de handeling te gaan doen. Om zo'n verschil in beeld te brengen pellen onervaren bollenpellers een eerste hoeveelheid van 50 bollen. Voor elke bollenpeller wordt de tijd genoteerd, die hiervoor nodig is. Vervolgens pelt ieder van hen 100 bollen. De tijd die daarvoor nodig is wordt niet genoteerd. Van de vierde portie van 50 bollen noteer ik de tijd weer wel. De twee gemeten tijden per persoon vergelijk ik met elkaar met de tekentoets.

Wat zegt de uitslag van de tekentoets voor deze situatie? Als de tijden die de bollenpellers neerzetten voor het pellen van de vierde portie van 50 bollen systematisch kleiner is dan de tijden voor de corresponderende eerste porties, dan is op grond van de genomen steekproef de conclusie dat de tijden korter zijn. Of het systematische verschil ook daadwerkelijk komt door het opdoen van ervaring is niet bekend. Omdat de bollenpellers die als proefpersoon fungeren weten dat ze na de vierde portie naar huis mogen, zouden ze alleen daarom al sneller kunnen zijn met bollen pellen.
Wanneer de tijden van de vierde portie op deze dag hoger zijn dan die voor een eerste portie, dan kan de oorzaak van dit verschil liggen in het vermoeid zijn van de bollenpellers. Een nog betere proefopzet zou dan inhouden dat de tijd voor de eerste portie van 50 bloembollen op de eerste werkdag wordt vergeleken met de tijd voor de eerste portie van 50 bloembollen op de tweede werkdag.

2. Heeft een gewichtsverminderend dieet het beoogde effect?
Bepaal het gewicht van 15 proefpersonen voordat aan een gewichtsverminderend dieet wordt begonnen. Nadat het dieet een week (of maand) is volgehouden wegen deze 15 proefpersonen zich nogmaals. Met de tekentoets worden de gewichten aan het begin en het eind van de gekozen periode met elkaar vergeleken en kan een uitspraak gedaan worden over het effect van het dieet.

3. Heeft een gewichtsvermeerderend dieet het beoogde effect?
In onze huidige samenleving zijn er naast dikke mensen ook mensen, die aan anorexia lijden. Deze hebben baat bij een gewichtsvermeerderend dieet. Zo'n dieet moet natuurlijk ook het beoogde effect hebben. De methode om dit uit te zoeken is natuurlijk dezelfde als bij het gewichtsverminderende dieet.

4. Heeft een middeltje effect?
Men wil van een bepaald stofje weten of het eventueel als slaapmiddel dienst kan doen. Daartoe bepaalt men bij dezelfde persoon de tijd tot het inslapen na inname van dit middel en na het innemen van een placebo. Zo'n placebo is een pilletje waarvan men in dit speciale geval met zekerheid weet dat het geen effect heeft op de tijd tot inslapen. Let wel op: om de tekentoets te mogen gebruiken moeten alle proefpersonen zowel een nep- als echte

behandeling ondergaan op twee verschillende tijdstippen. Merk op, dat van tevoren niet bekend is of het toegediende middel een slaapverstorend of slaapverwekkend effect kan hebben.
In de geneeskunde is het een bekend verschijnsel dat de patiënt op een of andere manier kan aanvoelen of de onderzoeker een neppil uitdeelt of een echte. Daarom is men er vast van overtuigd dat de onderzoeker zelf ook niet mag weten of hij een neppil of een werkende pil aan de patient verstrekt. Onderzoek waarbij de onderzoeker en de patiënt beiden niet weten wanneer een neppil of een werkende pil wordt verstrekt wordt wel 'dubbelblind' onderzoek genoemd.

Theorie

In het begin van deze paragraaf geef ik een overzicht van de begrippen die noodzakelijk zijn om een statistische toets goed uit te kunnen voeren. Voordat men een experiment uitvoert heeft men op grond van kennis of van een redenering soms al een idee welke van de twee waarnemingen systematisch groter of kleiner zal zijn.
Zo zou verondersteld kunnen worden dat bij een gewichtsverminderend of een gewichtsvermeerderend dieet het gewicht na het volgen van het bedoelde dieet gedurende een bepaalde periode kleiner respectievelijk groter zal zijn. Bij het experiment waarbij het effect van een middel op het inslapen bestudeerd wordt, is van tevoren niet bekend of het middel het inslapen vertraagt of versnelt, maar de interessante vraag is of het middel het inslapen versnelt. Om een statistische toets te kunnen uitvoeren is het voor beide genoemde experimenten noodzakelijk een veronderstelling te formuleren.

Met het formuleren van een zogenaamde *nulhypothese* wordt de collectie kansverdelingen voor het juiste onderliggende statistisch model ingeperkt. De nulhypothese sluit aan bij de tot nu toe aangenomen veronderstellingen (de traditie). Een nulhypothese heeft altijd een tegenhanger namelijk de *alternatieve hypothese*. Deze is altijd zodanig geformuleerd dat hij zegt dat het onderliggende statistische model niet beperkt is tot de collectie modellen onder de nulhypothese. Elke statistische toets geeft de mogelijkheid om op grond van de waarnemingen te besluiten of de nulhypothese al of niet verworpen dient te worden. Bij het gewichtverminderend dieet is de veronderstelling vooraf dat de gemeten gewichten op het eerste tijdstip gemiddeld genomen groter zullen zijn dan op het tweede tijdstip. Als in een hypothese het woord "groter" of "kleiner" voorkomt, dan heb je te maken met een *eenzijdig* te toetsen hypothese: afwijkingen naar een bepaalde kant wijzen namelijk op ondersteuning van de nulhypothese en afwijkingen de andere kant op leveren aanwijzingen voor het alternatief. Wanneer van tevoren niet duidelijk is naar welke kant een afwijking uit zou kunnen vallen, dan leveren afwijkingen naar beide kanten aanwijzingen voor het alternatief. Bij de vergelijking van de uitstraling van twee tijdschriften bijvoorbeeld (zie opdracht 2), zou aan één van beide tijdschriften meer "blader" tijd besteed zijn. Hierbij is van tevoren dus niet duidelijk welk blad meer bekeken zal worden en er *tweezijdig* getoetst.

Het is altijd mogelijk dat de nulhypothese ten onrechte wordt verworpen. De nulhypothese is dan waar, maar gedurende het uitvoeren van de toets is toch het besluit gevallen om hem te verwerpen. Naarmate de kans dat de nulhypothese onterecht wordt verworpen kleiner wordt is de uitkomst van een statistische toets betrouwbaarder. De *onbetrouwbaarheid* van een statistische toets is gelijkgesteld aan de maximale kans dat de nulhypothese onterecht wordt verworpen. De onbetrouwbaarheidsdrempel wordt meestal aangeduid met de Griekse letter α. Veel voorkomende ingestelde waarden van α zijn 0,05 en 0,10. Als een toets wordt uitgevoerd met een onbetrouwbaarheidsdrempel α van 5%, dan is de kans dat de nulhypothese onterecht wordt verworpen dus maximaal 0,05. Bij een tweezijdige toets wordt zowel links als rechts verworpen en de onbetrouwbaarheids-drempel waarbij in een tabel moet worden afgelezen is dan $\alpha/2$. Ik hoop dit duidelijk te maken in de uitgewerkte voorbeelden.

Voor het uitvoeren van een statistische toets wordt altijd een uit de waarnemingen afgeleide grootheid gebruikt. Deze wordt de *toetsingsgrootheid* genoemd.
In deze lesbrief wordt de tekentoets alleen toegepast op gepaarde waarnemingen. De naam tekentoets hangt samen met de manier waarop het verschil tussen de waarnemingen uit de twee gepaarde groepen worden onderzocht. Daartoe wordt gekeken of de waarnemingen in positieve of negatieve zin afwijken van een vooraf bepaalde waarde.
Om te kunnen bepalen of de berekende waarde van de toetsingsgrootheid al of niet leidt tot het verwerpen van de nulhypothese wordt het *kritieke gebied* bepaald. Dit kritieke gebied is de verzameling van alle mogelijke waarden van de toetsingsgrootheid waarvoor de nulhypothese verworpen zal worden. Voor alle overige waarden wordt de nulhypothese niet verworpen.

Uitvoering

Stappenplan tekentoets

Voor het systematisch uitwerken van een toetsingsprocedure voor een Tekentoets is het raadzaam het volgende schema te volgen:

1. Formuleer de probleemstelling in woorden, waarbij beide leden van een gepaarde waarneming aangeduid worden met een letter, zeg (x,y).
2. Formuleer de nulhypothese en de alternatieve hypothese in woorden en als wiskundige "formule". Op grond van de nulhypothese en de alternatieve hypothese bepaal je of je eenzijdig of tweezijdig gaat toetsen.
3. Bepaal de toetsingsgrootheid T. Voor de Tekentoets is dat het aantal positieve waarden voor het verschil y-x. De verschillen die gelijk zijn aan nul worden weggelaten en je werkt dus alleen met het aantal "echte" verschillen. Geef aan of je verwacht dat T grote of kleine waarden aanneemt als de alternatieve hypothese waar is. Bij een tweezijdige toets verwacht je dat T ofwel grotere ofwel kleinere waarden aanneemt onder de alternatieve hypothese. In dat laatste geval betekenen middelmatige waarden van T een ondersteuning van de nulhypothese.
4. Kies voor de onbetrouwbaarheidsdrempel α een waarde waarmee je de Tekentoets gaat uitvoeren (veelal 0,05 of 0,10).
5. Lees in de tabel de kritieke waarde(n) af en bepaal het kritieke gebied.
6. Bepaal de waarde van de toetsingsgrootheid T.
7. Trek een conclusie op een statistische verantwoorde manier en vertel het resultaat vervolgens in je eigen woorden.

Als bovenstaande procedure stap voor stap wordt gevolgd kan voor elk probleem met gepaarde waarnemingen een verantwoorde toetsing worden verkregen.

Uitgewerkte voorbeelden

<u>Voorbeeld: gewichtsverminderend dieet</u>
Bij dit voorbeeld geef ik twee verschillende manieren om het probleem aan te pakken die resulteren in dezelfde uitkomst, aangezien de manier van aanpak afhangt van hoe de onderzoeker naar het probleem kijkt. Alle stukken die verschillen tussen deze twee manieren van aanpak zijn met vette teksten aangegeven bij beide uitwerkingen.

Eerste manier:

1. Probleemstelling: Treedt er gewichtsverlies op bij mensen die een gewichtsverminderend dieet volgen? Metingen zijn gedaan aan gewicht x aan het begin van een maand en gewicht y aan het eind van die maand.

2. De nulhypothese is dat er geen systematisch verschil is tussen de gewichten aan het begin van de maand x en aan het eind van de maand y. Door toeval zal dus het gewichtsverschil evenveel kans hebben om positief dan wel negatief uit te vallen. De bijbehorende alternatieve hypothese is dan dat er wel een systematische gewichtsvermindering is. In formulevorm is de nulhypothese H_0: $P(y\text{-}x>0) = 0{,}5$ ("de helft van het aantal deelnemende personen is niet afgevallen") en **een alternatieve**

hypothese H_1: P(y-x>0) < 0,5 ("minder dan de helft van het aantal deelnemende personen is niet afgevallen"). Met deze hypothesen is de uit te voeren toets een eenzijdige.

3. De toetsingsgrootheid T is het **aantal positieve verschillen y-x.** De mogelijke waarden voor deze toetsingsgrootheid zijn de gehele getallen vanaf 0 tot en met 10. Onder de alternatieve hypothese heeft T de neiging om **kleinere** waarden aan te nemen.

4. De keuze voor de eenzijdige onbetrouwbaarheidsdrempel α is 0,10.

5. De kritieke waarde bij een **links-eenzijdige** toets met 10 (=*n*) gepaarde waarnemingen en α = 0,10 is **2 (zie tabel aan eind van deze lesbrief) Het kritieke gebied is dan {0,1,2}**.

6. De waarde van de toetsingsgrootheid *T* is in dit voorbeeld **2, want er zijn twee positieve verschillen (zie onderstaande tabel)**.

7. De waarde van *T* ligt in het kritieke gebied en dan wordt de nulhypothese verworpen. De conclusie luidt: er is een systematische gewichtsvermindering aangetoond met deze waarnemingen.

Begingewicht in kg (x)	eindgewicht in kg (y)	Verschil (y-x)
67,2	68,3	1,1
98,8	91,9	–6,9
83,4	77,1	–6,3
87,3	85,5	–1,8
71,8	68,6	–3,2
62,9	62,4	–0,5
94,5	91,6	–2,9
107,3	105,9	–1,4
80,8	78,5	–2,3
86,0	86,1	0,1

Tweede manier:

1. Probleemstelling: Treedt er gewichtsverlies op bij mensen die een gewichtsverminderend dieet volgen? Metingen zijn gedaan aan gewicht *x* aan het begin van een maand en gewicht *y* aan het eind van die maand.

2. De nulhypothese is dat er geen systematisch verschil is tussen de gewichten aan het begin van de maand x en aan het eind van de maand y. Door toeval zal dus het gewichtsverschil evenveel kans hebben om positief dan wel negatief uit te vallen. De bijbehorende alternatieve hypothese is dan dat er wel een systematische gewichtsvermindering is. In formulevorm is de nulhypothese H_0: P(y-x>0) = 0,5 ("de

helft van het aantal deelnemende personen is niet afgevallen") **en een alternatieve hypothese H_1: P(y-x<0) > 0,5 ("meer dan de helft van het aantal deelnemende personen is afgevallen").** Met deze hypothesen is de uit te voeren toets een eenzijdige.

3. De toetsingsgrootheid T is het **aantal negatieve verschillen y-x.** De mogelijke waarden voor deze toetsingsgrootheid zijn de gehele getallen vanaf 0 tot en met 10. Onder de alternatieve hypothese heeft T de neiging om **grotere** waarden aan te nemen.

4. De keuze voor de eenzijdige onbetrouwbaarheidsdrempel α is 0,10.

5. De kritieke waarde bij een **rechts-eenzijdige** toets met 10 (=n) gepaarde waarnemingen en α = 0,10 is **8 (zie tabel aan eind van deze lesbrief) Het kritieke gebied is dan {8, 9, 10}**.

6. De waarde van de toetsingsgrootheid T is in dit voorbeeld **8, want er zijn acht negatieve verschillen (zie bovenstaande tabel)**.

7. De waarde van *T* ligt in het kritieke gebied en dan wordt de nulhypothese verworpen. De conclusie luidt: er is een systematische gewichtsvermindering aangetoond met deze waarnemingen.

<u>Voorbeeld: effect van een middel</u>

1. Probleemstelling: heeft het toedienen van een middel voor het slapen gaan een verkortend effect op de duur tot het inslapen? Per proefpersoon zijn er twee metingen gedaan: één meting waarbij een placebo is toegediend *x* en één meting waarbij het middel is toegediend *y*.

2. De nulhypothese is dat er geen systematisch verschil is tussen de duur tot inslapen met een toegediend placebo *x* en de duur tot inslapen met een toegediend te testen middel *y*. De bijbehorende alternatieve hypothese is dan dat de tijden tot inslapen bij toediening van een placebo systematisch langer zijn dan die bij toediening van het middel. In formulevorm is de nulhypothese die zegt dat er geen verschil te verwachten is tussen beide behandelingen weer te geven als H_0: P(y-x<0) = 0,5. De alternatieve hypothese zegt dat de verwachting is dat de tijden *y* (met het middel) korter zijn dan de tijden *x* (met placebo), H_1: P(y-x<0) > 0,5. Dit is weer een eenzijdige toets.

3. De toetsingsgrootheid *T* is het aantal positieve verschillen *y-x*. De mogelijke waarden voor deze toetsingsgrootheid zijn de gehele getallen vanaf 0 tot en met 12. Onder de alternatieve hypothese heeft *T* de neiging kleine waarden aan te nemen.

4. De keuze voor de waarde van de eenzijdige onbetrouwbaarheidsdrempel α 0,10.

5. De kritieke waarde bij een éénzijdige toets met 12 (=*n*) gepaarde waarnemingen en α = 0,10 is 3 (zie tabel aan eind van deze lesbrief en lees af bij *n* =12 en α = 0,10). Het kritieke gebied bestaat uit {0,1,2,3}.

6. De waarde van de toetsingsgrootheid *T* is in dit voorbeeld 4 (het aantal positieve waarden in de rechterkolom van onderstaande tabel).

7. De waarde van *T* ligt niet in het kritieke gebied en wordt de nulhypothese niet verworpen. De conclusie luidt: er is met deze waarnemingen geen systematisch verschil aangetoond in tijd tot inslapen na het innemen van een placebo en het te testen middel. Het lijkt dus geen zin te hebben het geteste middel verder te onderzoeken als slaapmiddel, maar realiseer je wel dat de gebruikte steekproef erg klein is.

Tijd met placebo in minuten (*x*)	Tijd met middel in minuten (*y*)	Verschil (*y*-*x*)
32	24	–8
42	40	–2
37	30	–7
58	53	–5
34	35	1
31	25	–6
51	41	–10
45	38	–7
36	39	3
43	51	8
37	39	2
44	40	–4

Vragen en opdrachten

Ter oefening van het hierboven vertelde volgen nu nog twee opdrachten. Deze lesbrief is namelijk ontworpen om te helpen bij het toetsen van verschillen bij eigen verzamelde waarnemingen. Voer een goed doordachte proef uit en vul het stappenplan in, zodat je jouw profielwerkstuk met een op statistisch verantwoorde wijze kunt afsluiten.

Opdracht 1: het gewichtsvermeerderend dieet

In onze huidige samenleving zijn naast dikke mensen ook mensen die aan anorexia lijden. Deze hebben baat bij een gewichtsvermeerderend dieet. Stel van 20 personen die zo'n dieet een maand volgden is het gewicht bepaald voordat ze met het dieet begonnen. Nadat het dieet gedurende een maand was gevolgd is het gewicht nogmaals bepaald. De begingewichten van de meisjes waren 24,6; 39,5; 32,3; 34,2; 29,2; 25,6; 37,9; 44,1; 30,6; 33,5; 42,0; 26,8; 31,6; 38,9; 35,7; 42,9; 23,2; 43,3; 40,8 en 27,2. De bijbehorende eindgewichten volgen nu in dezelfde volgorde als hiervoor: 27,6; 39,7; 34,3; 37,6; 34,2; 26,3; 37,8; 49,3; 33,7; 36,8; 44,8; 23,4; 33,7; 43,5; 35,0; 44,2; 27,6; 43,4; 39,3 en 26,0. De keuze van de onbetrouwbaarheidsdrempel van deze toets is α = 0,05.

Opdracht 2: uitstraling van weekbladen

Aan 22 proefpersonen zijn twee weekbladen Venua en Targriem uitgedeeld met de opdracht ze even te bekijken. Door middel van videoregistratie en het opnemen van de tijd met een stopwatch bij het afspelen van de video zijn de tijdsduren geregistreerd van het doorbladeren van elk van de bladen door elk proefpersoon. De tijd dat Venua wordt doorgenomen is v seconden en de tijd dat er in Targriem is gebladerd t seconden. Als beide bladen dezelfde soort aantrekkingskracht hebben om gelezen te worden dan verwacht je geen verschil tussen de gemeten tijden. Vooraf hebben de onderzoekers geen flauw idee welk blad eventueel langer zal worden bekeken. De tijden zijn afgerond op veelvouden van 10 seconden. Deze tijden worden genoteerd in een paar met de tijd in seconden als (v, t)=(450, 310). De overige 21 getalparen zijn (100, 610), (330, 310), (160, 400), (480, 290), (660, 100), (370, 450), (310, 500), (380, 350) (100, 350), (520, 360), (490, 250), (660, 210), (370, 150), (460, 190), (500, 370), (540, 100), (40, 640), (230, 430), (530, 370), (260, 160) en (690, 160). Voer de toets uit met onbetrouwbaarheidsdrempel 0,05.

Tekentoets
-Het toetsen van verschillen bij gepaarde waarnemingen-

Tabel voor de tekentoets

Kritieke waarden voor een toets bij een binomiale verdeling voor p = ½ Linker kritieke waarden voor de toetsingsgrootheid $\underline{k}$ met $\underline{k}$ ~ Binomiaal(n, p) bij betrouwbaarheidsdrempel α voor toetsing p = ½. Rechter kritieke waarde = n - linker kritieke waarde.

			α						α		
	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100		0,005	0,010	0,025	0,050	0,100
n 1	-	-	-	-	-	n 51	15	16	18	19	20
2	-	-	-	-	-	52	16	17	18	19	20
3	-	-	-	-	-	53	16	17	18	20	21
4	-	-	-	-	0	54	17	18	19	20	21
5	-	-	-	0	0	55	17	18	19	20	22
6	-	-	0	0	0	56	17	18	20	21	22
7	-	0	0	0	1	57	18	19	20	21	23
8	0	0	0	1	1	58	18	19	21	22	23
9	0	0	1	1	2	59	19	20	21	22	24
10	0	0	1	1	2	60	19	20	21	23	24
11	0	1	1	2	2	61	20	20	22	23	24
12	1	1	2	2	3	62	20	21	22	24	25
13	1	1	2	3	3	63	20	21	23	24	25
14	1	2	2	3	4	64	21	22	23	24	26
15	2	2	3	3	4	65	21	22	24	25	26
16	2	2	3	4	4	66	22	23	24	25	27
17	2	3	4	4	5	67	22	23	25	26	27
18	3	3	4	5	5	68	22	23	25	26	28
19	3	4	4	5	6	69	23	24	25	27	28
20	3	4	5	5	6	70	23	24	26	27	29
21	4	4	5	6	7	71	24	25	26	28	29
22	4	5	5	6	7	72	24	25	27	28	30
23	4	5	6	7	7	73	25	26	27	28	30
24	5	5	6	7	8	74	25	26	28	29	30
25	5	6	7	7	8	75	25	26	28	29	31
26	6	6	7	8	9	76	26	27	28	30	31
27	6	7	7	8	9	77	26	27	29	30	32
28	6	7	8	9	10	78	27	28	29	31	32
29	7	7	8	9	10	79	27	28	30	31	33
30	7	8	9	10	10	80	28	29	30	32	33
31	7	8	9	10	11	81	28	29	31	32	34
32	8	8	9	10	11	82	28	30	31	33	34
33	8	9	10	11	12	83	29	30	32	33	35
34	9	9	10	11	12	84	29	30	32	33	35
35	9	10	11	12	13	85	30	31	32	34	36
36	9	10	11	12	13	86	30	31	33	34	36
37	10	10	12	13	14	87	31	32	33	35	37
38	10	11	12	13	14	88	31	32	34	35	37
39	11	11	12	13	15	89	31	33	34	36	37
40	11	12	13	14	15	90	32	33	35	36	38
41	11	12	13	14	15	91	32	33	35	37	38
42	12	13	14	15	16	92	33	34	36	37	39
43	12	13	14	15	16	93	33	34	36	38	39
44	13	13	15	16	17	94	34	35	37	38	40
45	13	14	15	16	17	95	34	35	37	38	40
46	13	14	15	16	18	96	34	36	37	39	41
47	14	15	16	17	18	97	35	36	38	39	41
48	14	15	16	17	19	98	35	37	38	40	42
49	15	15	17	18	19	99	36	37	39	40	42
50	15	16	17	18	19	100	36	37	39	41	43

Suggesties voor verder onderzoek

Documentatie

- Kuipers, F.F. (1998) Voor de variatie: inleiding statistiek. Wageningen Pers, Wageningen
- Staal H., Alten T. van, Spijkers F., Janssen C., Beusekom P van, Swaan M., Haven A., Lorist P., Kuijk L., Essers J., Evers F. en Ament J. (1999) Pascal wiskunde voorde tweede fase VWO informatieboek CM&EM, Thieme, Zutphen

Oriëntatie op vervolgonderwijs

Het onderwerp van deze lesmodule kom je ook tegen bij de opleiding Biologie van Wageningen University. Kijk voor meer informatie op www.wageningenuniversity.nl.

Auteur: Lia Hemerik, Biometris, leerstoelgroep Wiskundige en Statistische Methoden